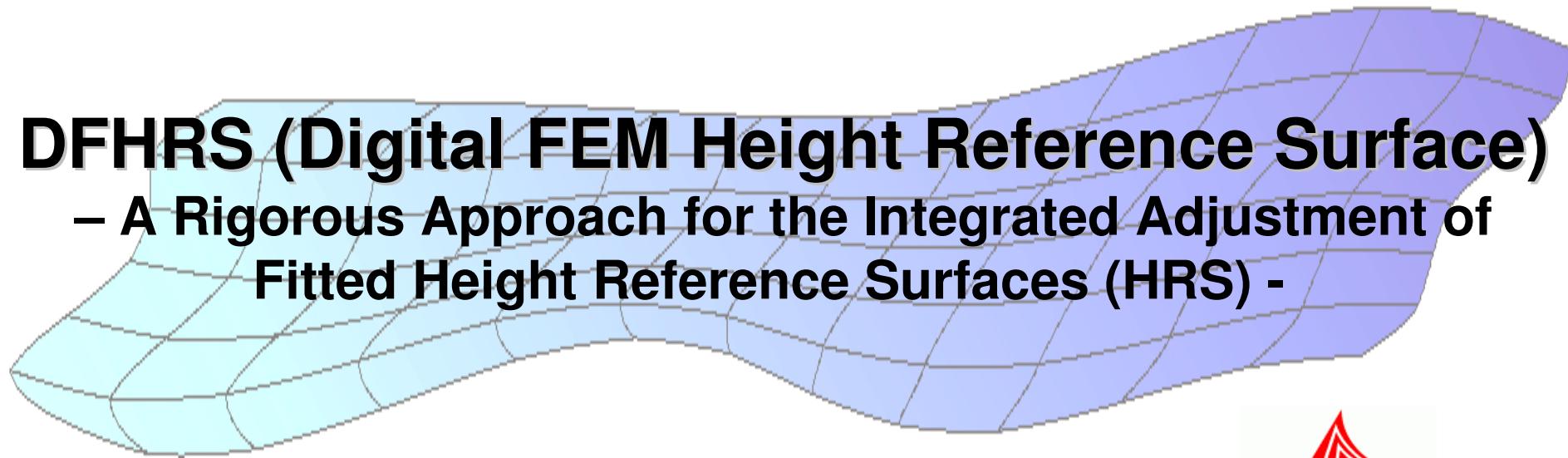


DFHRS (Digital FEM Height Reference Surface)

– A Rigorous Approach for the Integrated Adjustment of Fitted Height Reference Surfaces (HRS) -



Reiner Jäger and Sascha Schneid



Hochschule Karlsruhe Technik und Wirtschaft - University of Applied Sciences

Faculty of Geoinformatics

Studiengang Vermessung und Geomatik & International Programme Geomatics (MSc)

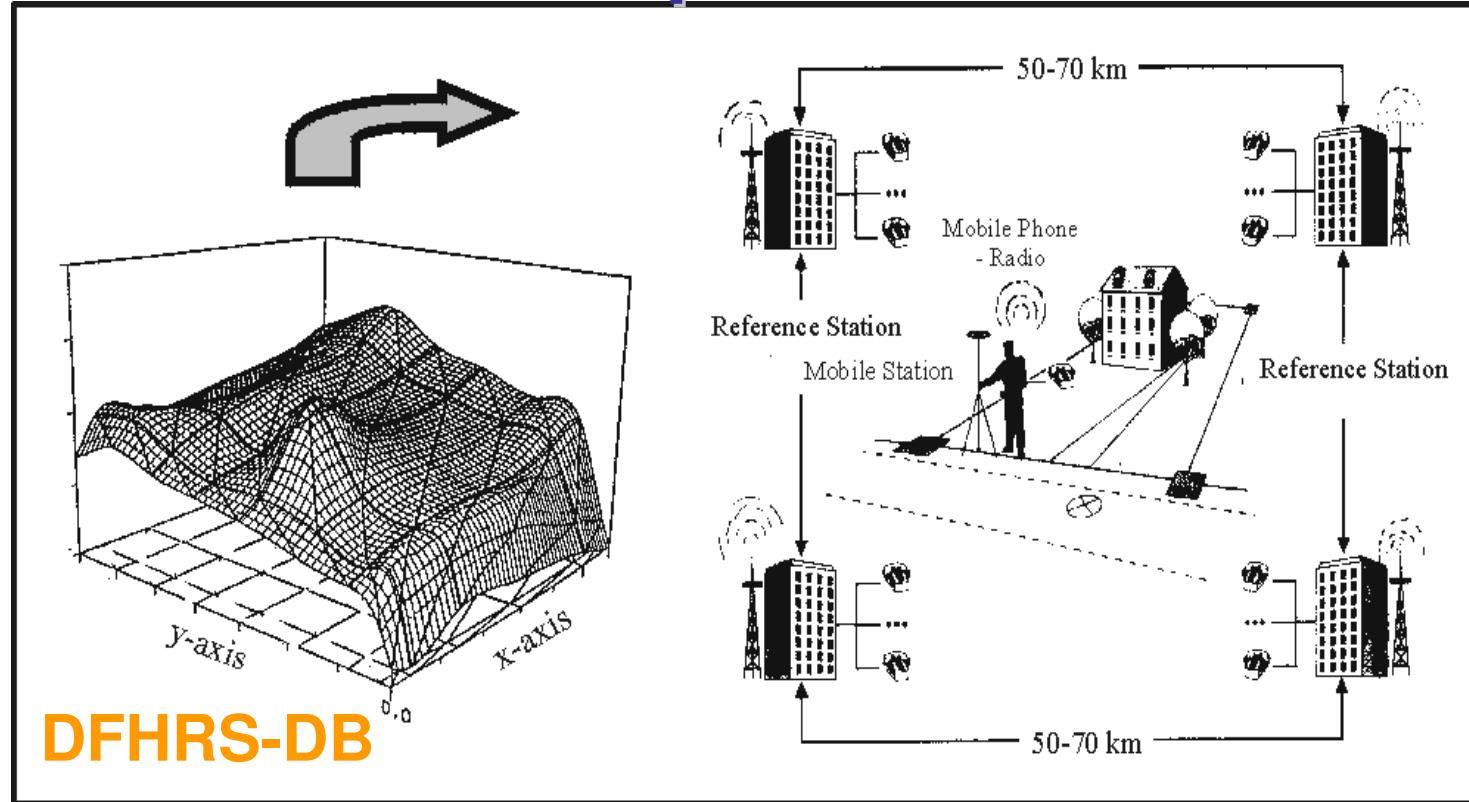
Institut für Angewandte Forschung (IAF)

Moltkestrasse 30, D-76133 Karlsruhe

www.dfhbf.de

DFHRS-Concept

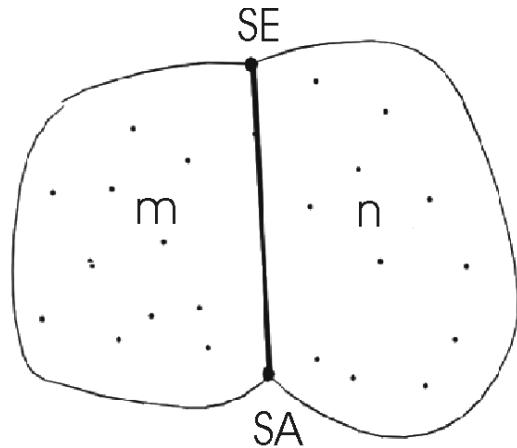
Direct
- No
Identical
Points -
- Online -
**Postpro-
cessed**



$$H = h_{GPS}(B, L) - \text{DFHRS}(B, L, h)_{\text{korr}}$$

$$H = h_{GPS}(B, L) - (\text{NFEM}(p|B, L, h) + \Delta m \cdot h)$$

FEM representation of height reference surfaces



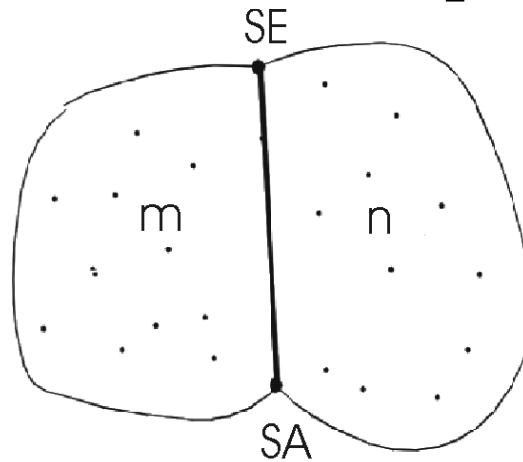
3D difference at any point $P(x,y)$ along the border SA_SE of the meshes m and n has to vanish

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{m,n} \\ \Delta y_{m,n} \\ \Delta N_{m,n}(y, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N(\mathbf{p}_n, y, x) - N(\mathbf{p}_m, y, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^{l-i} (a_{ij,n} - a_{ij,m}) \cdot y^i \cdot x^j \end{bmatrix}$$

Continuous Finite Element Representation of HRS

$$\begin{bmatrix} \Delta x_{m,n} \\ \Delta y_{m,n} \\ \Delta N_{m,n}(y, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ N(\mathbf{p}_n, y, x) - N(\mathbf{p}_m, y, x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=0}^l \sum_{j=0}^{l-i} (a_{ij,n} - a_{ij,m}) \cdot y^i \cdot x^j \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Delta N_{n,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^{l-i} (a_{ij,n} - a_{ij,m}) \cdot y^i \cdot x^j \end{bmatrix}$$



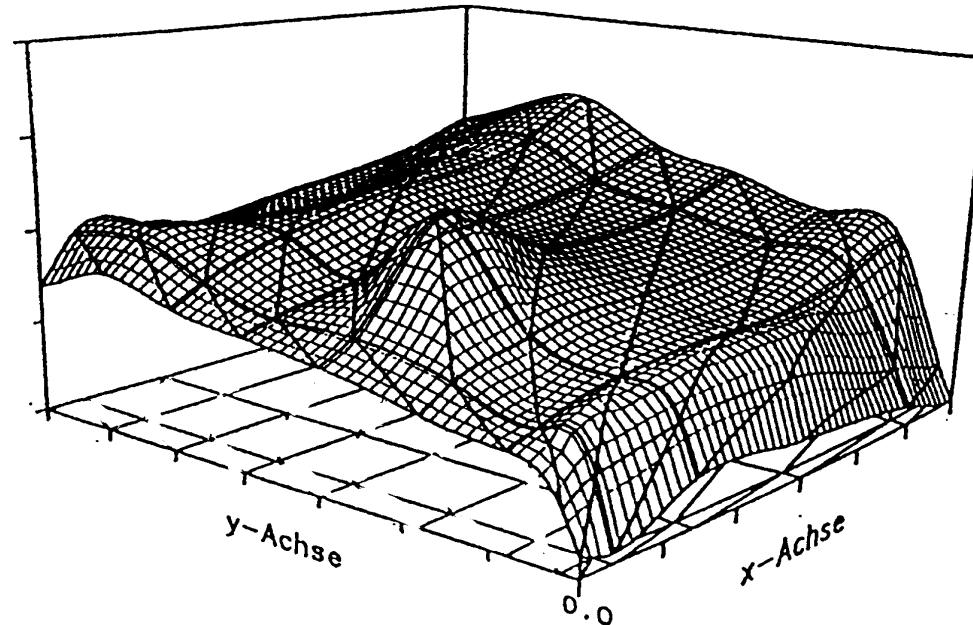
$$\sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^{l-i} (a_{ij,n} - a_{ij,m}) \cdot (y_{sa} + t \cdot (y_{se} - y_{sa}))^i \cdot (x_{sa} + t \cdot (x_{se} - x_{sa}))^j = \Delta N_{m,n}(t) \equiv 0!$$

$$\Delta N_{m,n}(t) = c_0 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + \cdots + c_k \cdot t^k = \sum_{k=0}^l c_k \cdot t^k \equiv 0 !$$

→ $c_k(\mathbf{p}_m; \mathbf{p}_n; y_{sa}, x_{sa}; y_{se}, x_{se}) = 0, \quad k=0,1$

FEM representation of height reference surfaces

Result: Continuous Height Reference Surface: NFEM(p)

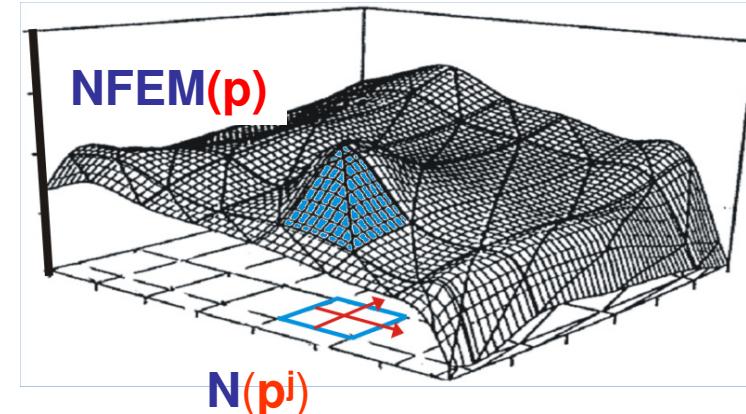


$$N_{FEM} = \left\{ \begin{array}{l} N(p_k) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^{1-i} a_{ij,k} \cdot y^i x^j = f^T \cdot p_k \\ C_{0,1,2}(p_m; p_n) \end{array} \right\}$$

Digital FEM Height Reference Surface (DFHRS)- Concept

Complete New Computation of continuous HRS (\mathbf{p} and $\Delta \mathbf{m}$)!

DFHRS – Adjustment Approach
State of the Art < 2005



$$h_{GNSS} + v = H + NFEM(\mathbf{p}) - h_{GPS} \cdot \Delta m$$

$$H + v = H$$

$$\rightarrow N_G^{(j)} + v^j = NFEM(\mathbf{p}) + \partial N_G(\mathbf{d}^j)$$

$$\xi^j + v = -F_B / M(B) \cdot \mathbf{p} + \partial \xi (\mathbf{d}_{\xi,\eta})^j$$

$$\eta^j + v = -F_L / (N(B) \cdot \cos(B)) \cdot \mathbf{p} + \partial \eta (\mathbf{d}_{\xi,\eta})^j$$

$$\rightarrow \frac{a}{4\pi\gamma(B)} \iint \Delta g \cdot S(\psi) d\sigma + v = NFEM(\mathbf{p})$$

<= GPS/Levelling Fitting Points

<= Any number Geoidmodels
(Global, regional, local)

<= Sets of Deflections from Vertical
(Zenith Cameras or Geoidmodels)

<= „Gravity“ by correlated Geoidmodels
In the sense of an 2 step adjustment

Weak-Shapes of Classical Gravimetric „Geoid“models

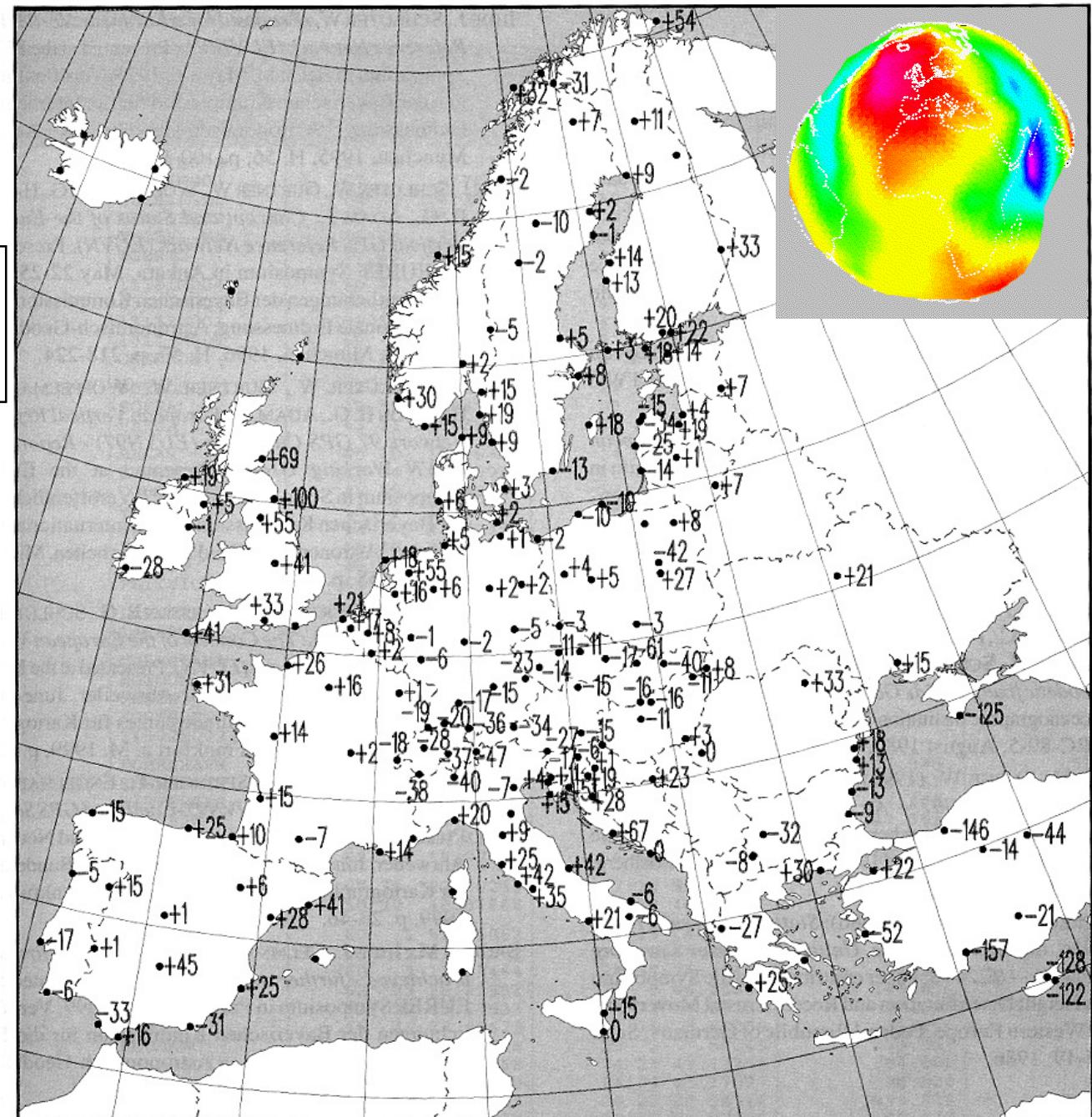
$$N = N_{\text{Ref}} + \frac{a}{4\pi\gamma} \int_{\Psi=0}^{\psi_0} \int_{\alpha=0}^{2\pi} (\Delta g - \Delta g_{\text{Ref}}) \cdot S(\psi) \cdot d\psi \cdot d\alpha$$

EGG97
*European
 Gravimetric
 Geoid 1997*

Mean- up to lang-waved
 Errors
0.1 – 1.5 m !

=> New Concepts,
 more „precise“ or
 better: (H,h)-fitted
 solutions

DFHBF



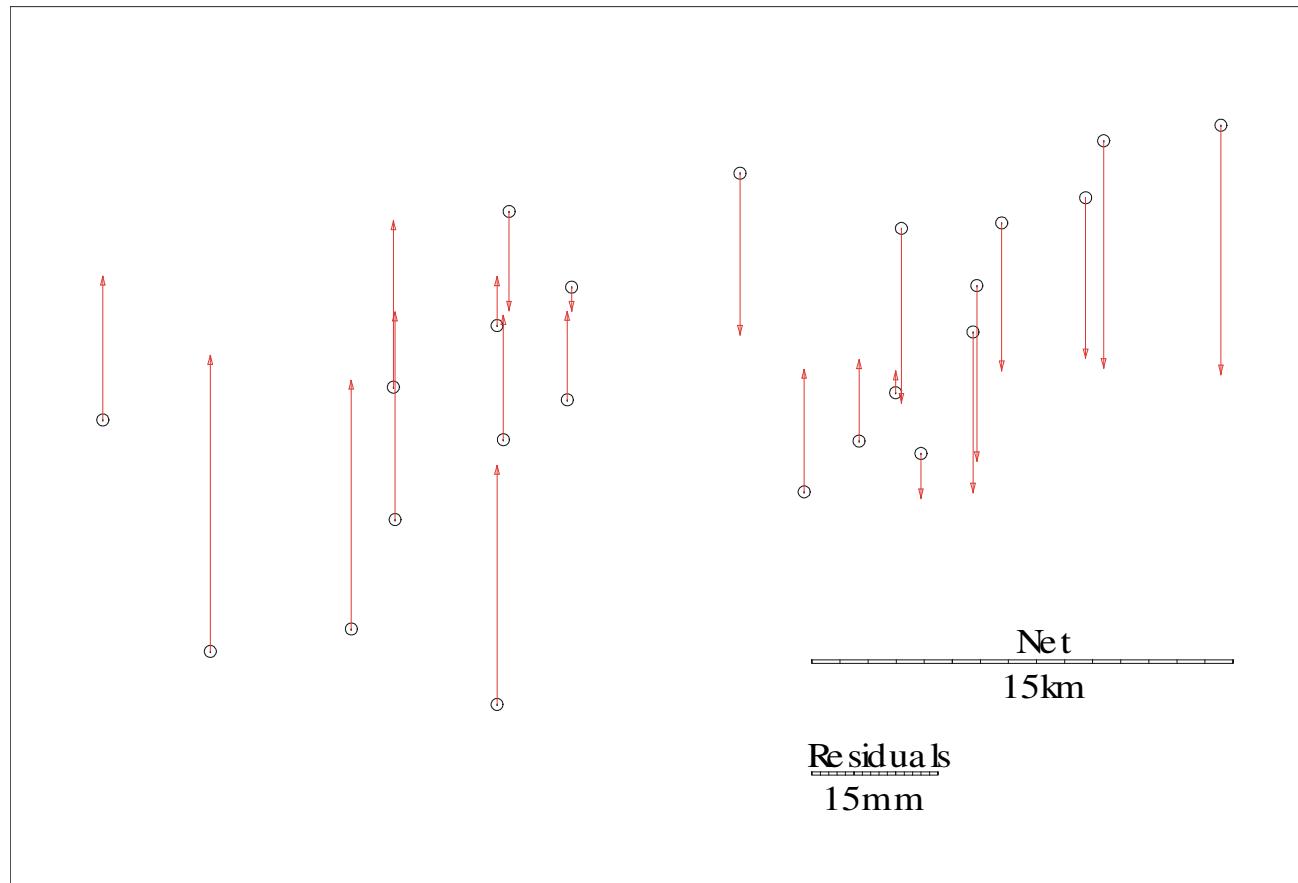
Standard GNSS/GPS-heighting Approaches using identical Points

Tallinn
Example

Pure Geoid-
Approach

EGG97-Geoid
without Datum
 $\partial N(d)$

+/- 3.5 cm „Tilt“



Standard GNSS/GPS-heighting Approaches using identical Points

Tallinn
Example

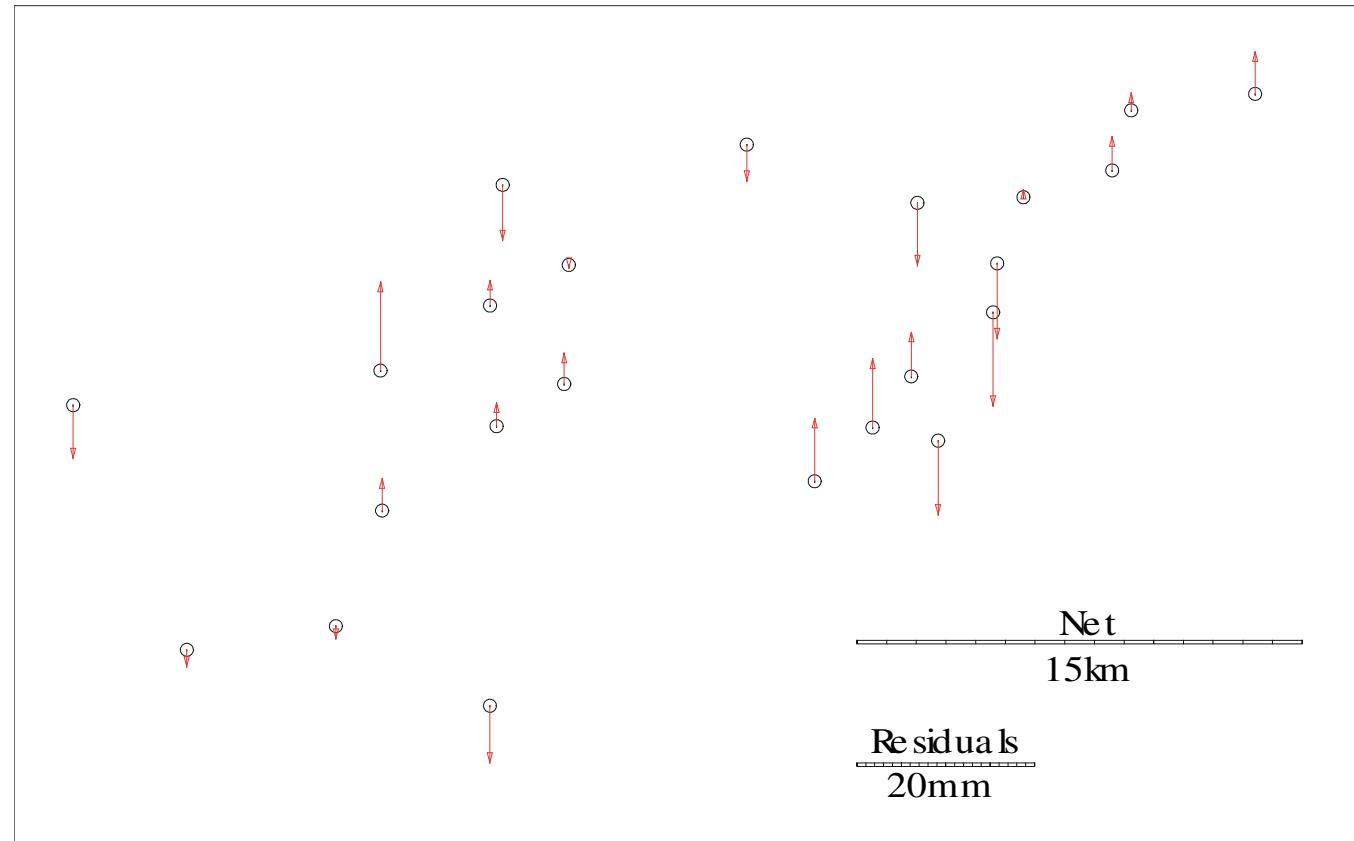
Pure
Geoidapproach

EGG97-Geoid

With Datum
 $\partial N(d)$

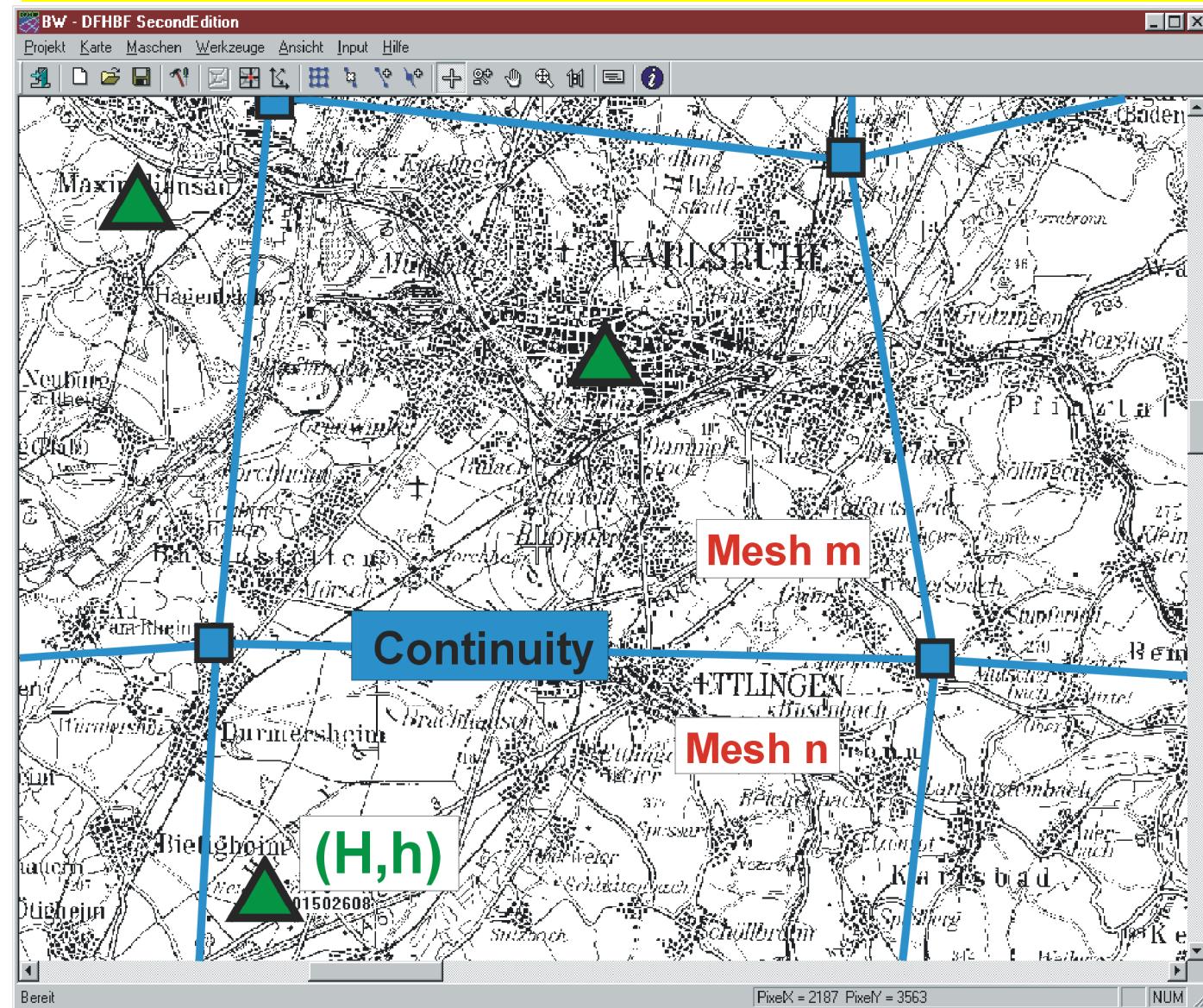
+/- 4 mm

$$HBF := N_G + \partial N_G(d)$$



DFHRS Software

- Identical „Fitting“ Points (B,L,h;H)
- Meshes
- Patches



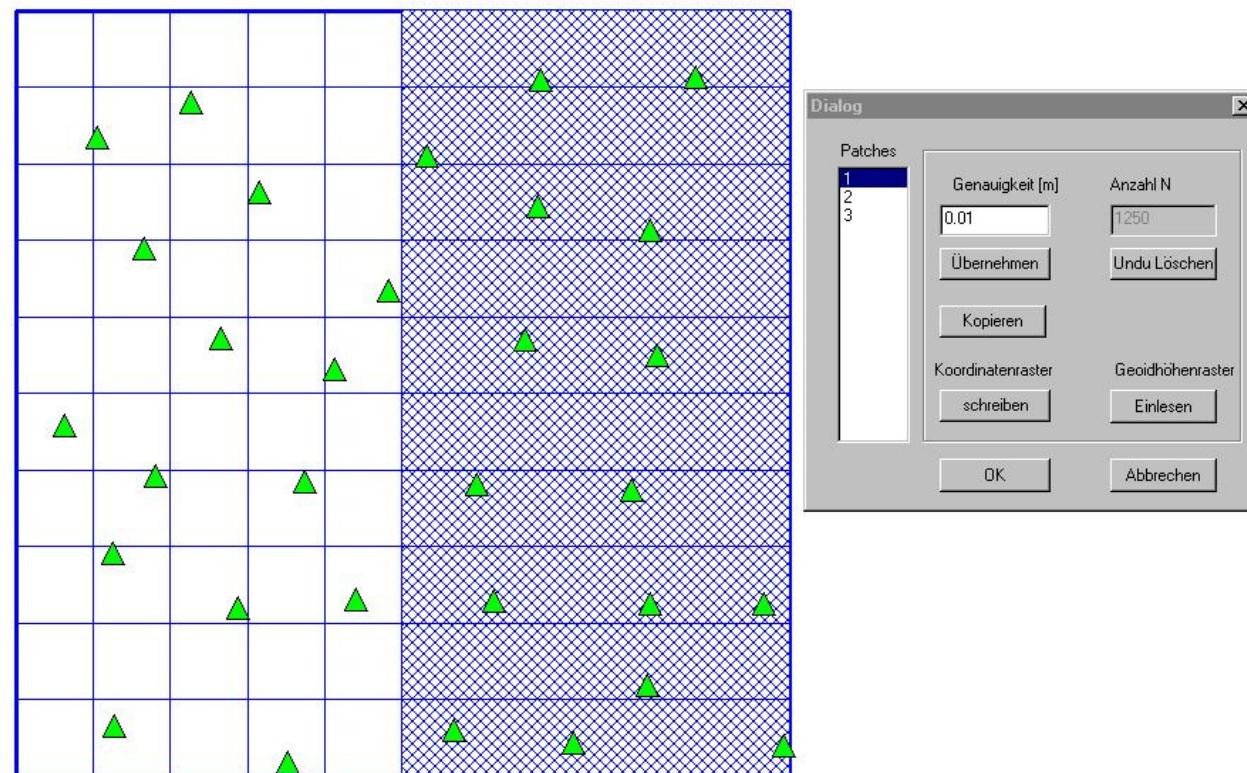
DFHRS Software

Every
geoid-
and/or
vertical
deflection
model N
can be
„patched“

$$\partial N_G(d_j)$$

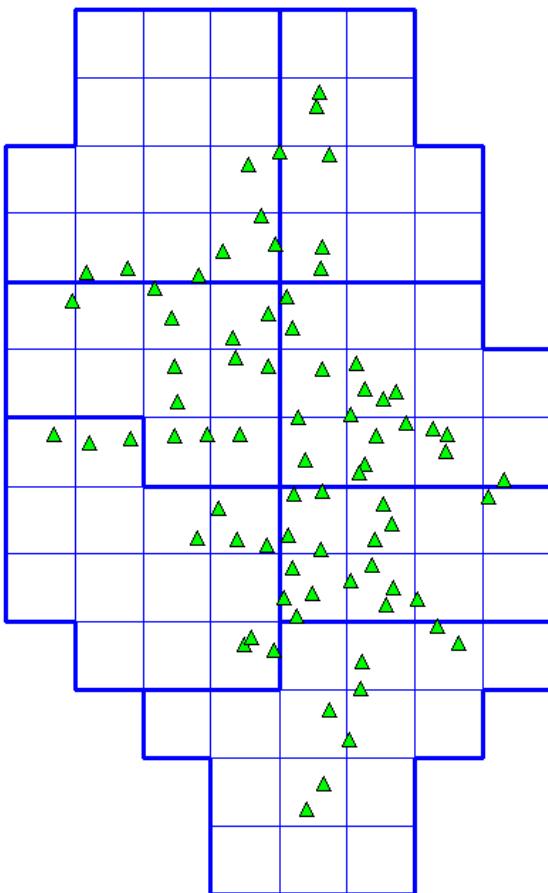


- Hochschule für Technik und Wirtschaft
- University of Applied Sciences
- LVA Baden-Württemberg
- LVA Hessen
- LVA Rheinland-Pfalz
- LVA Riga, Latvia
- University of Federal Forces Munich
- University Darmstadt



DFHRS_DB Design Parameters

< 3 cm DFHRS_DB
Windhuk, Namibia
EGM96



Meshsize (p=3)

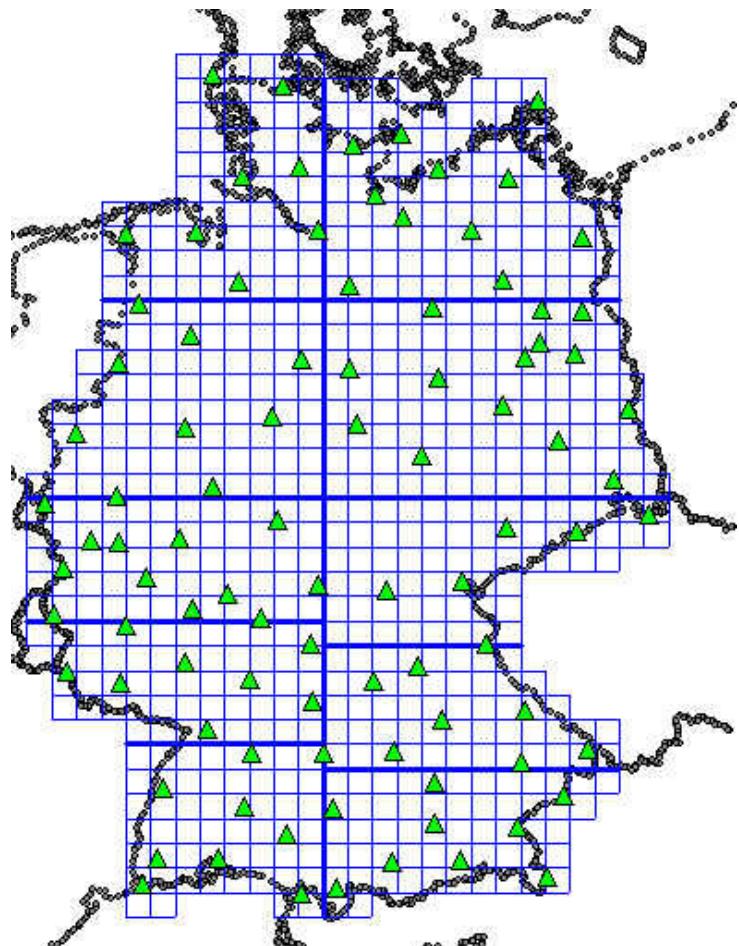
- 20-30 km : HRS approximation error < (5-10) cm
- 10 km: HRS approximation error < 1 cm
- 5 km: HRS approximation error < 0.5 cm

Fitting Point Density (< 10 mm points, EGG97)

- 50 points per (100 km x 100 km): < 1_cm DFHRS_DB
- 10 points per (100 km x 100 km): < 3_cm DFHRS_DB
- 3-4 points per (100 km x 100 km): < 5-10_cm DFHRS_DB

DFHRS_DB Design Parameters

Design Studies < 5 - 10_cm DFHRS Germany



Patch-Size (EGG97)

- 30 - 40 km for $a < 1_{\text{cm}}$ DFHRS_DB
- 50 – 60 km for $a < 3_{\text{cm}}$ DFHRS_DB
- 300 km for $a < 10_{\text{cm}}$ DFHRS_DB

(3-5) points per patch

< 10cm DFHRS Europe – „Fittingpoint-Design“

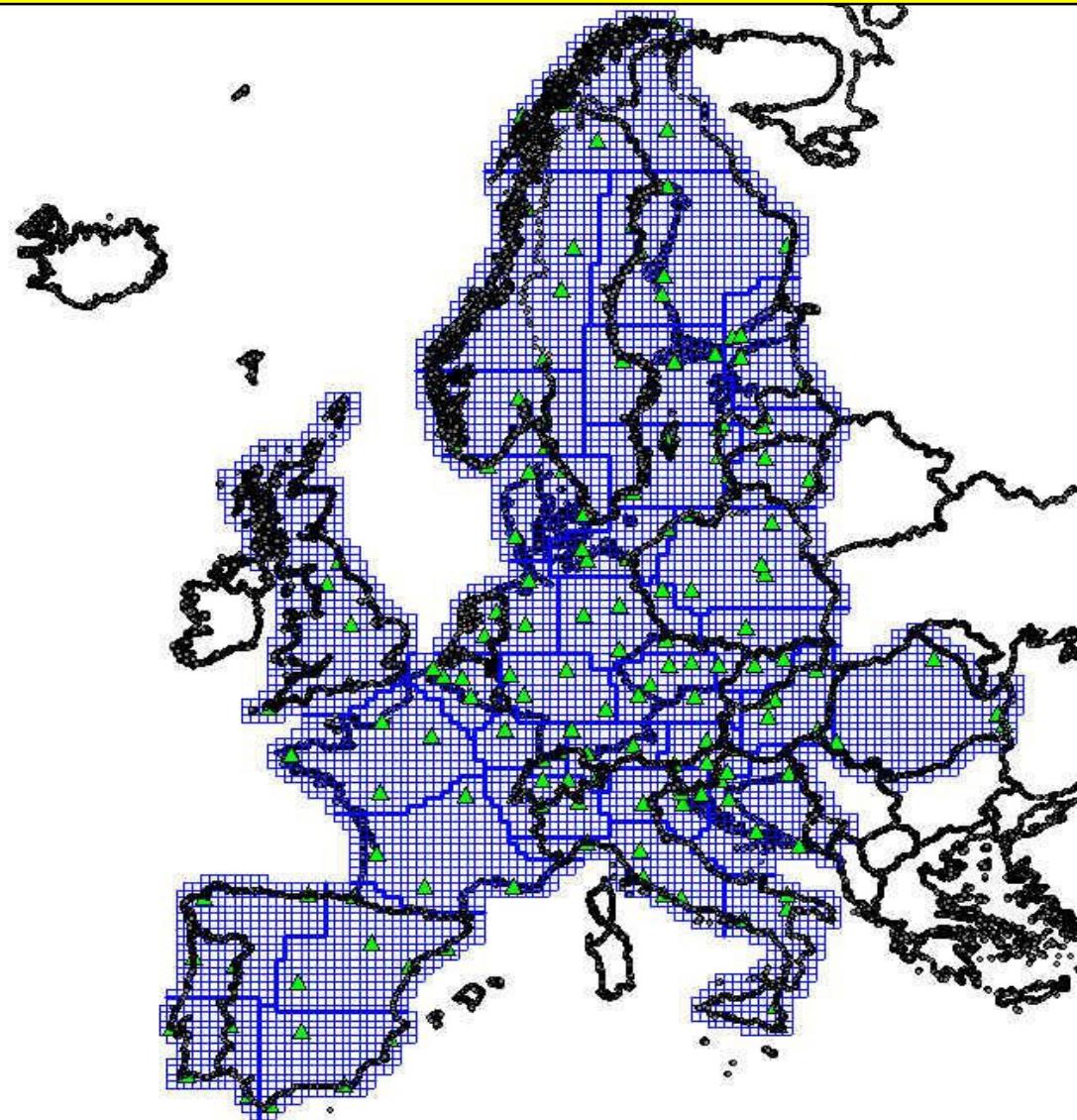
ETRS89/EVRS

„GPS-/Levelling-
Points of EVN“

Fitting Points
 $NFEM(p) =: h - H$

Used for the
1st Version

< 10_cm DFHBFS
Europe

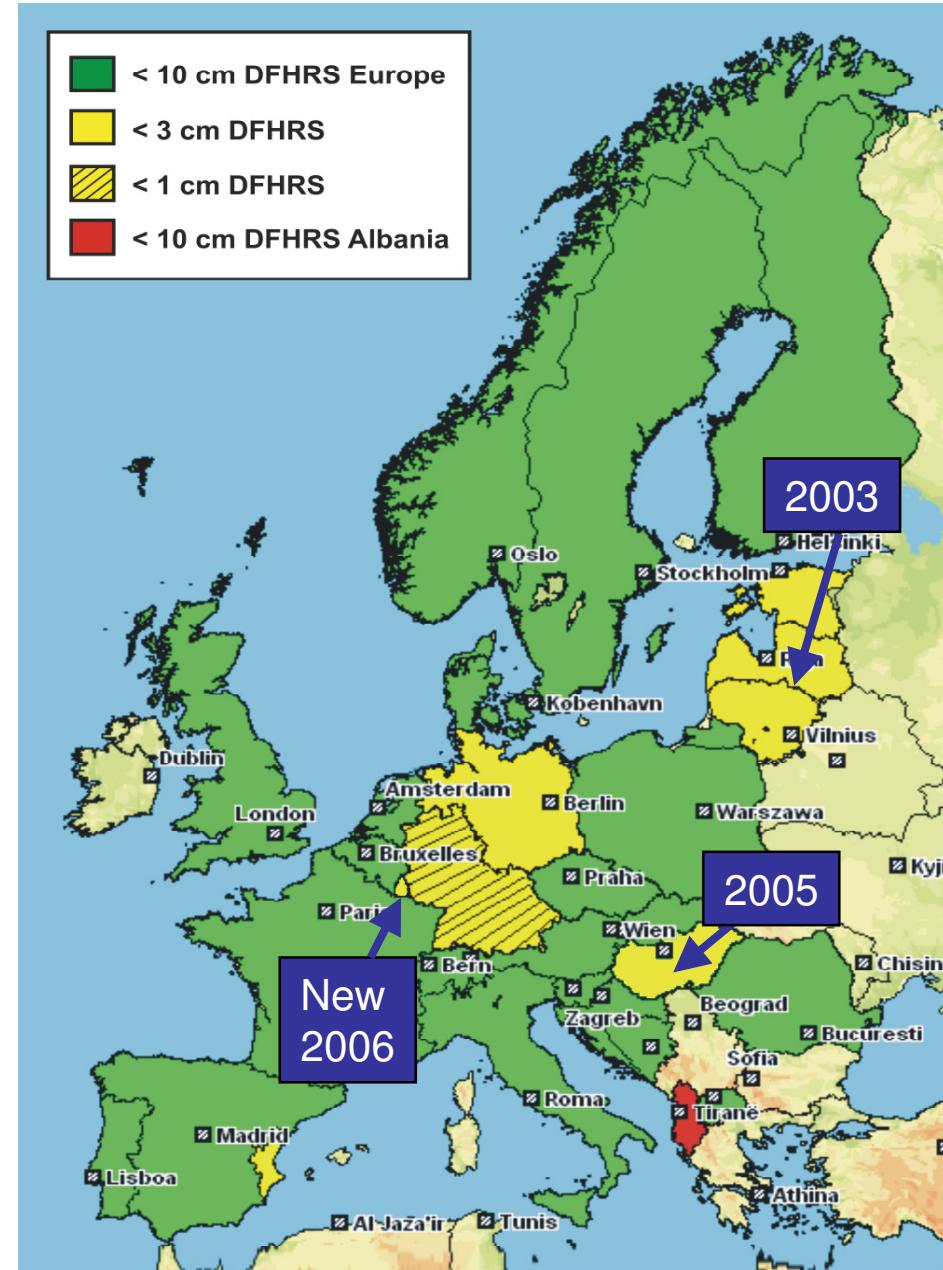
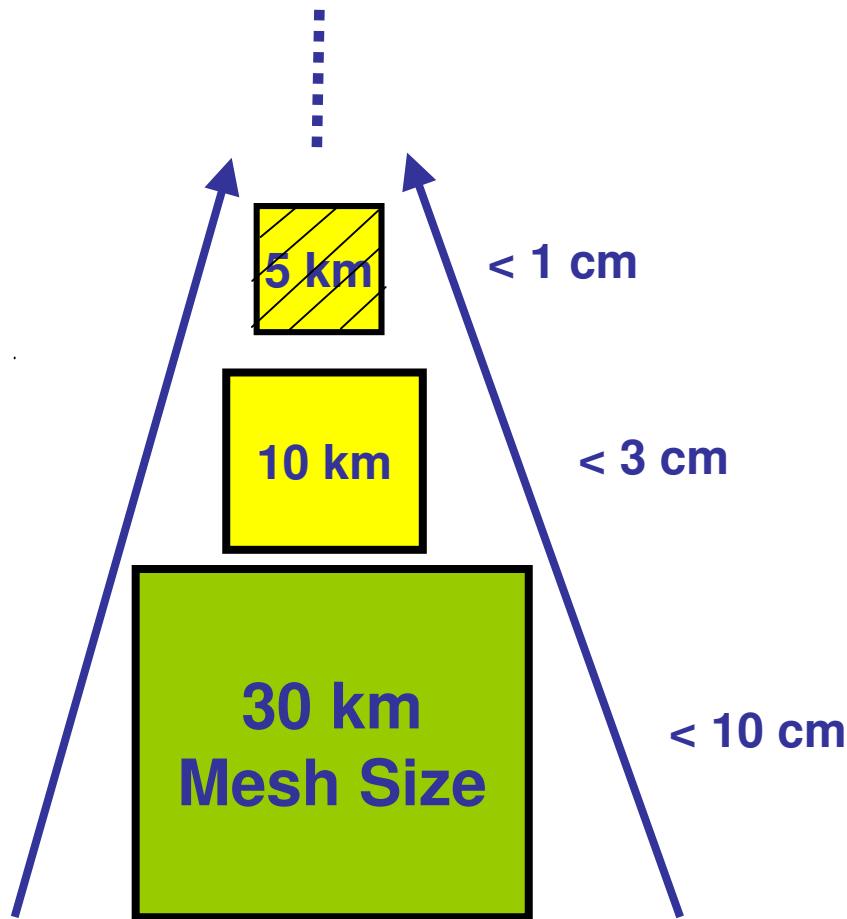


<_10_cm DFHRS_DB - Indepent Quality Control

<1_dm EVRF2004 (Present Version, 35 km meshes, 34 Patches)

	Austria 	Germany 	Estonia 	Latvia 	Lithuania 	Switzerland 
Number of unused control points	9	95	21	25	46	13
RMS [cm]	7.5	4.2	8.8	9.2	6.8	7.0

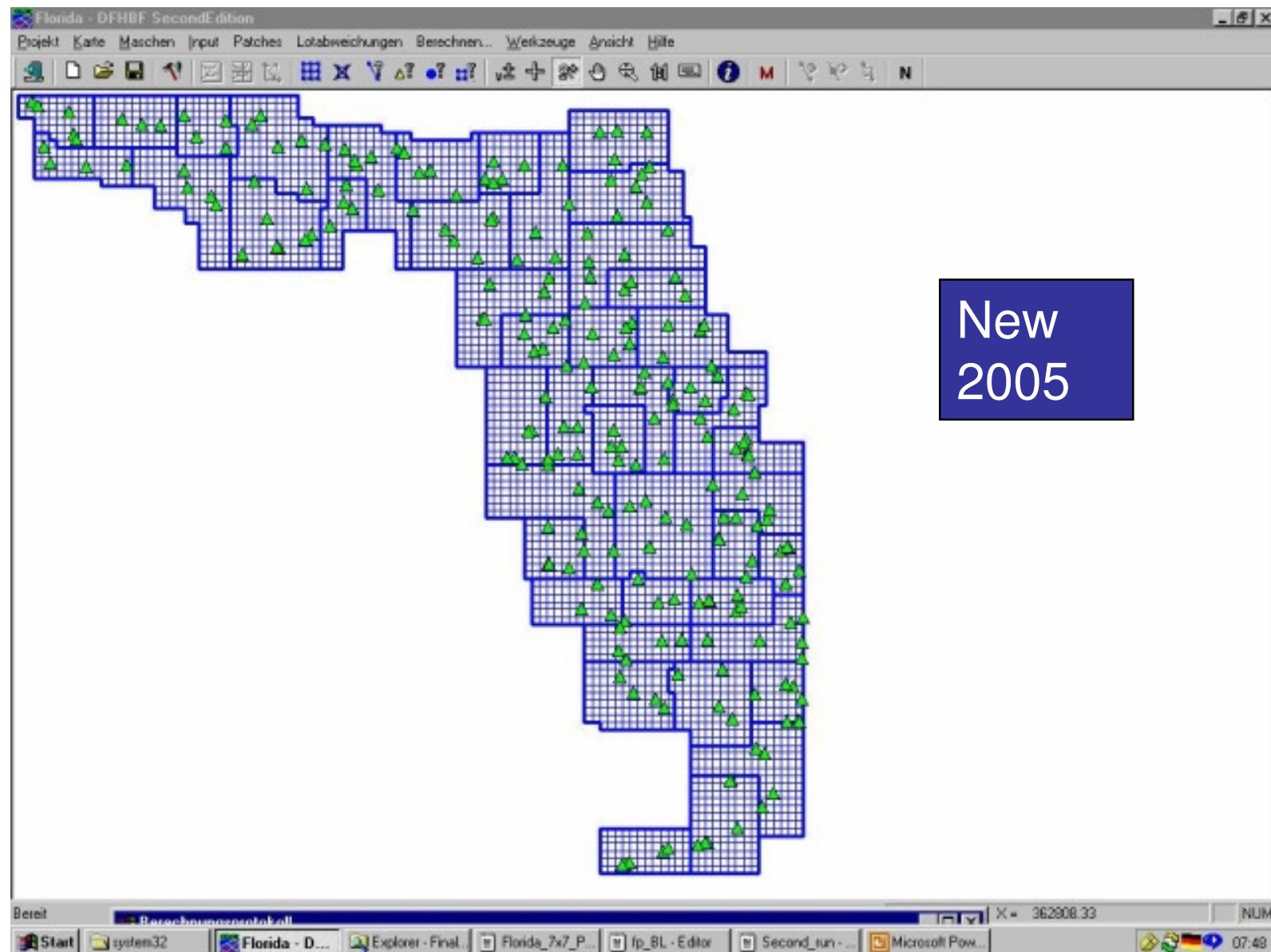
Overview about European DFHRS_DB

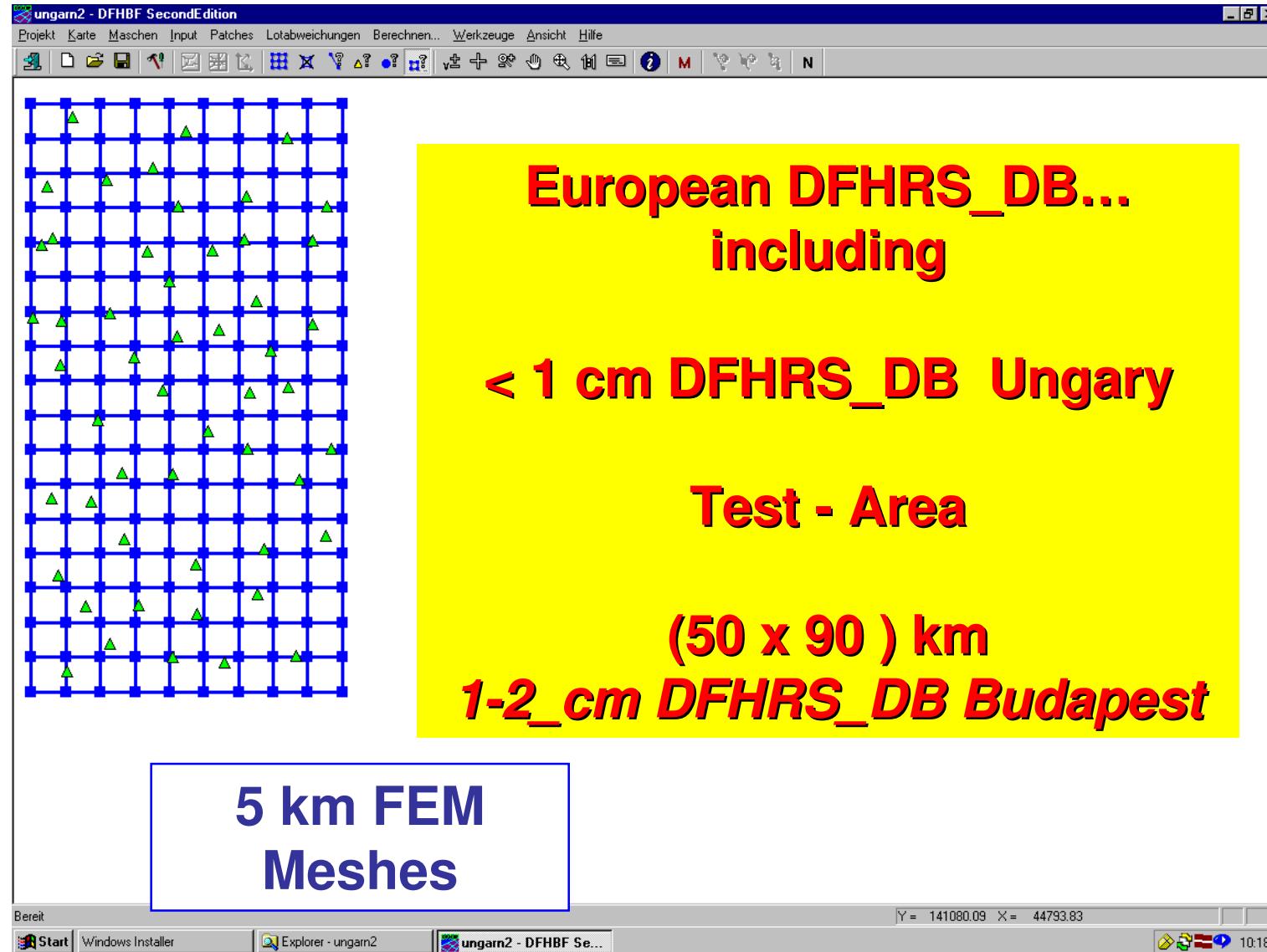


**DFHRS_DB - Product as CD-Installation of State Land Services in Germany
CopyProtection inclusive**



< 5 cm DFHRS_DB Florida (... Masterthesis)





DFHRS 4.0
Software

New
2005

DFHRS in Practice



GPS System 500: Mit V4.0 jetzt noch mehr Möglichkeiten!

Referenzdienste und Vernetzung:

- Nutzung von SAPOS- und ASCOS-Daten
- Verschiedene Vernetzungslösungen
- Vordefinierte „ADVNULLANTENNA“

Kataster- und Ingenieuranwendung:

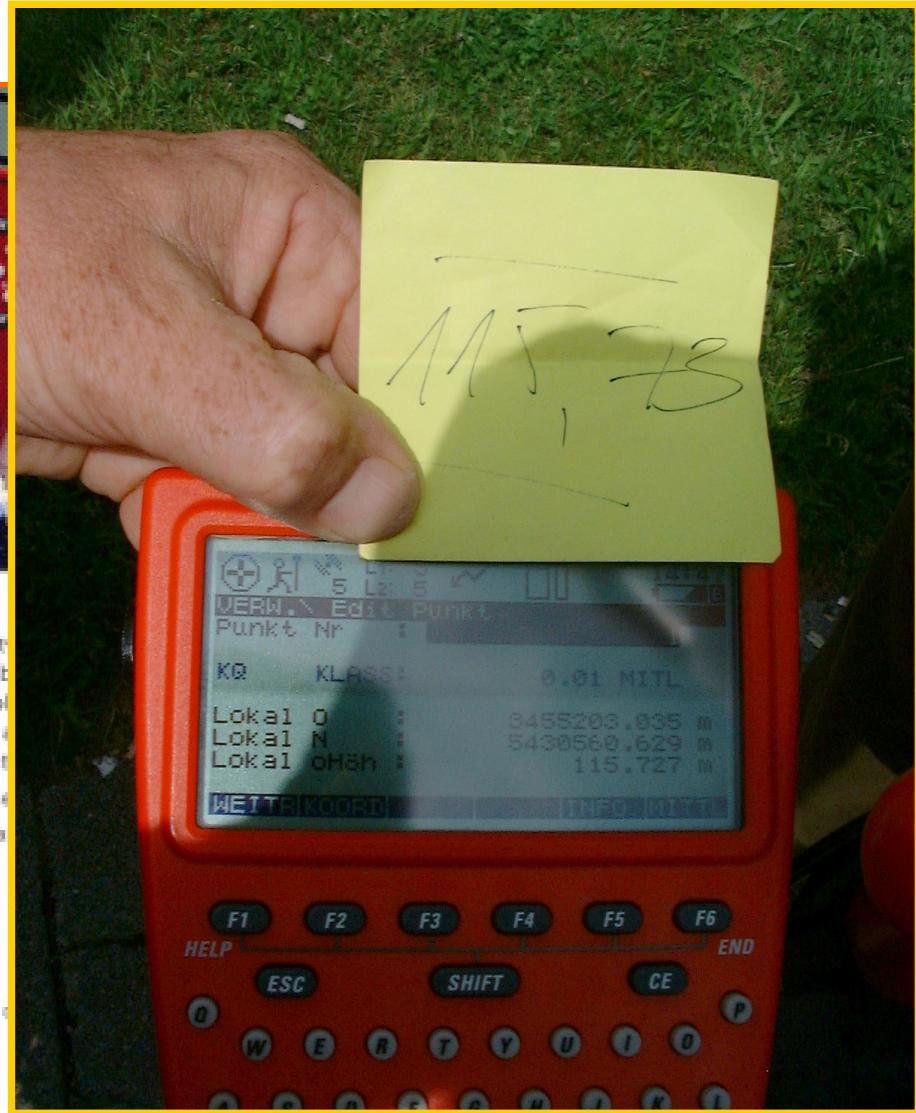
- Mittelpunktkalkulation abseitlicher gewichtet
- Restklassenverteilung im Feld
- Höhenmodell „DFHBF“
- Identifikation des nächstnähergelegenen Punktes.

Technik:

- Permanentes Integriert
- RTK Zuverlässigkeit
- Kompatibel zu Trimble
- Koordinatentransfer
- Integrierte Höhenglät

Und viele weitere neue

Mit der neuen Firmware für jede Anwendung!



Hauptst.: Leica Geosystems GmbH Vertrieb, Hans-Böckler-Straße 6, 80800 München, Tel. 089/94 99 10 00
Verkaufsvertretung West: Leica Geosystems GmbH Vertrieb, Altenbergsstraße 308, 40470 Düsseldorf, Tel. 0211/90 00 0
Verkaufsvertretung Ost: Leica Geosystems GmbH Vertrieb, Milchstraße 2, 10437 Berlin, Tel. 030/44 92 13 00, Fax 030/44 92 10 21
www.leica-geosystems.de



Willkommen zur Intergeo 2004

Trimble ist stolz darauf, auch in diesem Jahr ein offizieller Sponsor des Intergeo-Kongresses und Intergeo-Treffs zu sein.

Wir von Trimble haben es uns zum Ziel gesetzt, Ihnen die neueste Technologie bereitzustellen, die es Ihnen ermöglicht, die Vorteile lokalisierter, integrierter Vermessungslösungen zu nutzen und Ihre Effizienz, Produktivität und Ihren Gewinn zu erhöhen. Als Beweis unseres Engagements präsentieren wir in diesem Jahr eine Reihe von Lösungen, die speziell für unsere europäischen Kunden entwickelt wurden.

Durch die Akquisition der GeoNav GmbH sind wir in der Lage, Ihnen eine neue Feldsoftwarelösung, den Trimble Survey Manager, an die Hand zu geben. Die Software ist auf Anwendungen in der europäischen Vermessungsindustrie, und insbesondere auf Katastervermessungen, zugeschnitten. Des Weiteren haben wir unser GPS-Produktportfolio mit dem Trimble R8 um den „ultimativen VRS-Rover“ ergänzt. Der Trimble R8 ist eine Kombination aus einem leichten, kabellosen Rover ohne externes GSM-Modem und der L2C-fähigen GPS-Technologie für den Einsatz in europäischen VRS-Netzen. Anwendern von Robotic-Totalstationen bieten wir das lizenfreie 2,4 GHz GeoRadio mit modernster Spread Spectrum-Technologie an, die Interferenzen von anderen Funkgeräten auf belebten Baustellen

Neue Trimble Survey Manager Software

Die fortschrittliche Trimble Feldlösung für präzise Echtzeit-Vermessungen.

Trimble Survey Manager basiert auf der beliebten DCTools Software von Trimble GeoNav. Es ist eine flexible, einfach zu verwendende Oberfläche für Ihr Vermessungssystem. Trimble Survey Manager besteht aus Softwaremodulen für Feld und Büro und wurde speziell für die Datenerfassung, Datenverarbeitung und die Dokumentation präziser Echtzeit-Vermessungen entwickelt.

ALLES UNTER KONTROLLE – MIT DEM TRIMBLE SURVEY MANAGER

Das Trimble Survey Manager Feldmodul läuft unter Windows 9x, 2000, XP und Windows CE. Sie können Feldvermessungen auf der Plattform ausführen, die den Projektanforderungen am besten entspricht, einschließlich Notebooks, Tablet PCs oder unseren robusten und leistungsstarken Trimble Controllern: TSCE™, ACU oder Trimble Recon™. Trimble Survey Manager ist vollständig mit Trimble GPS- und Trimble Totalstationssystemen kompatibel und erlaubt die komplette Steuerung aller Instrumente und Messmethoden im Feld.

Die Trimble Survey Manager Software enthält die offiziellen Referenzkoordinaten des amtlichen Koordinatensystems, bietet volle SAPOS®- und ascos®-Unterstützung und die Implementierung von DFLBF und DFHBF. Sie gewährleistet die exakte Datenerfassung, -verarbeitung und Dokumentation nach amtlichen Vorgaben und wurde speziell für katasterspezifische Anforderungen in Deutschland optimiert.



Bewährte GPS-Technologie in einer kostengünstigen L1-Lösung: das NEUE Trimble 5700 L1 GPS-System

Der 5700 L1 GPS-Empfänger von Trimble ist ein bedienerfreundlicher GPS-Empfänger speziell für statische, L1-FastStatic und kinematische Vermessungen. Er ist eine flexible, kostengünstige Vermessungslösung mit bewährter Trimble GPS-Technologie.

UNTERNEHMEN

Beginnen Sie mit einer preisgünstigen Trimble GPS-Einstiegslösung und rüsten Sie diese später für erhöhte Produktivität zu einem leistungsfähigen Zweifrequenz-System auf. Sie können Ihr System bei Bedarf sogar mit RTK nachrüsten.

DFHRS in Practice



THALES

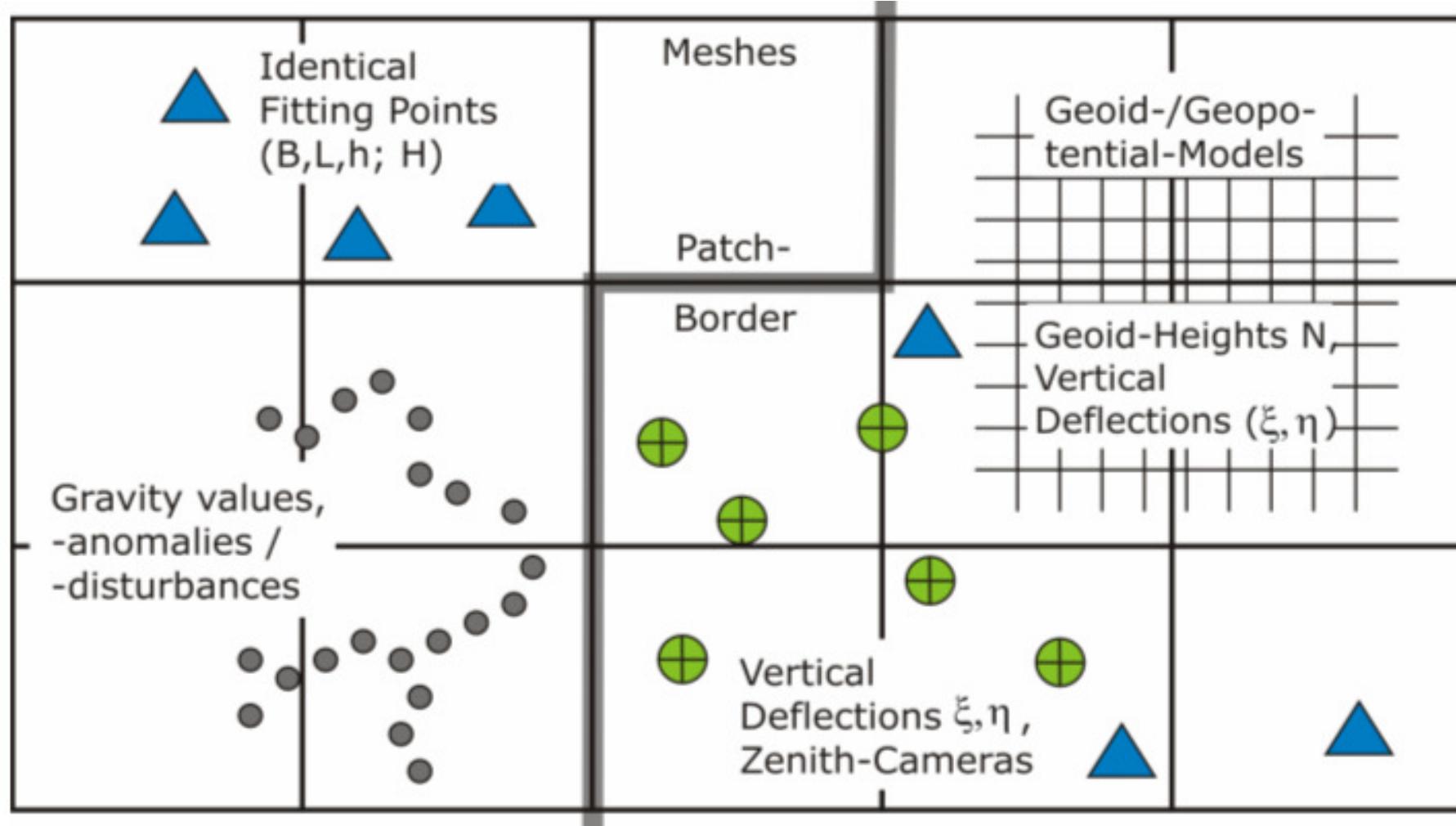
..... many other
independent GNSS-
Controller Software
and GIS Packages



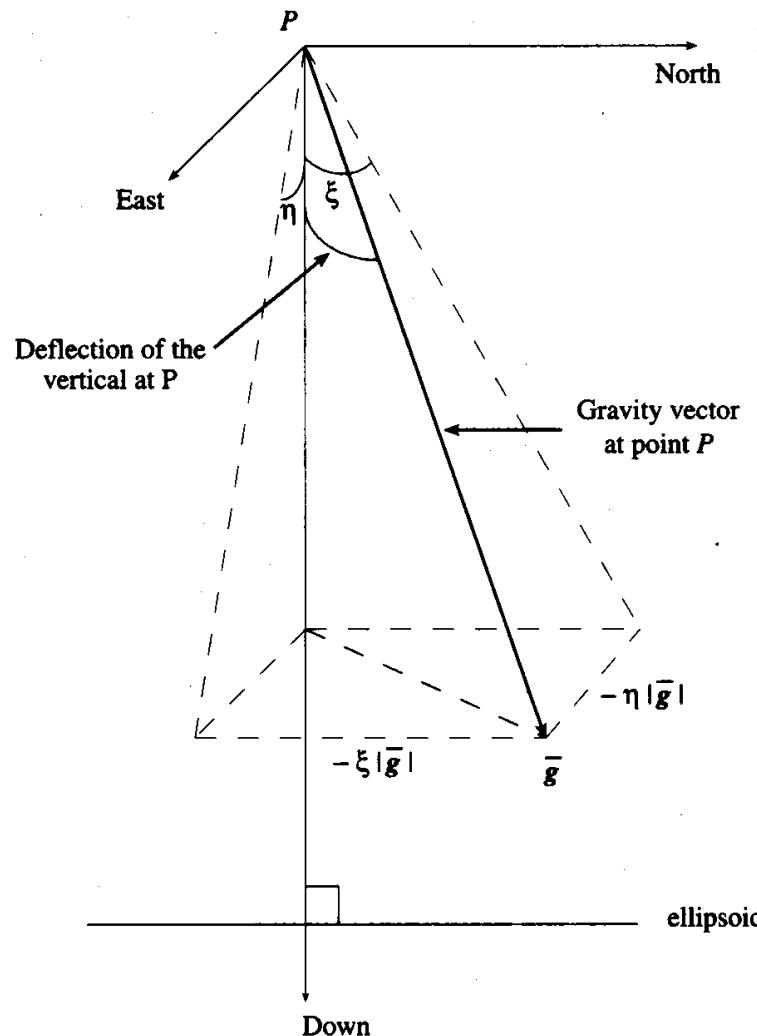
See www.ib-seiler.de

DFRHS – Extension to Gravity Observations

Geodetic Network Optimization - 1st/2nd/3rd Order Design: $A, P \Rightarrow C_p$



DFHRS - Extension to Gravity Observations



$$\mathbf{g}^{\text{LAV}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

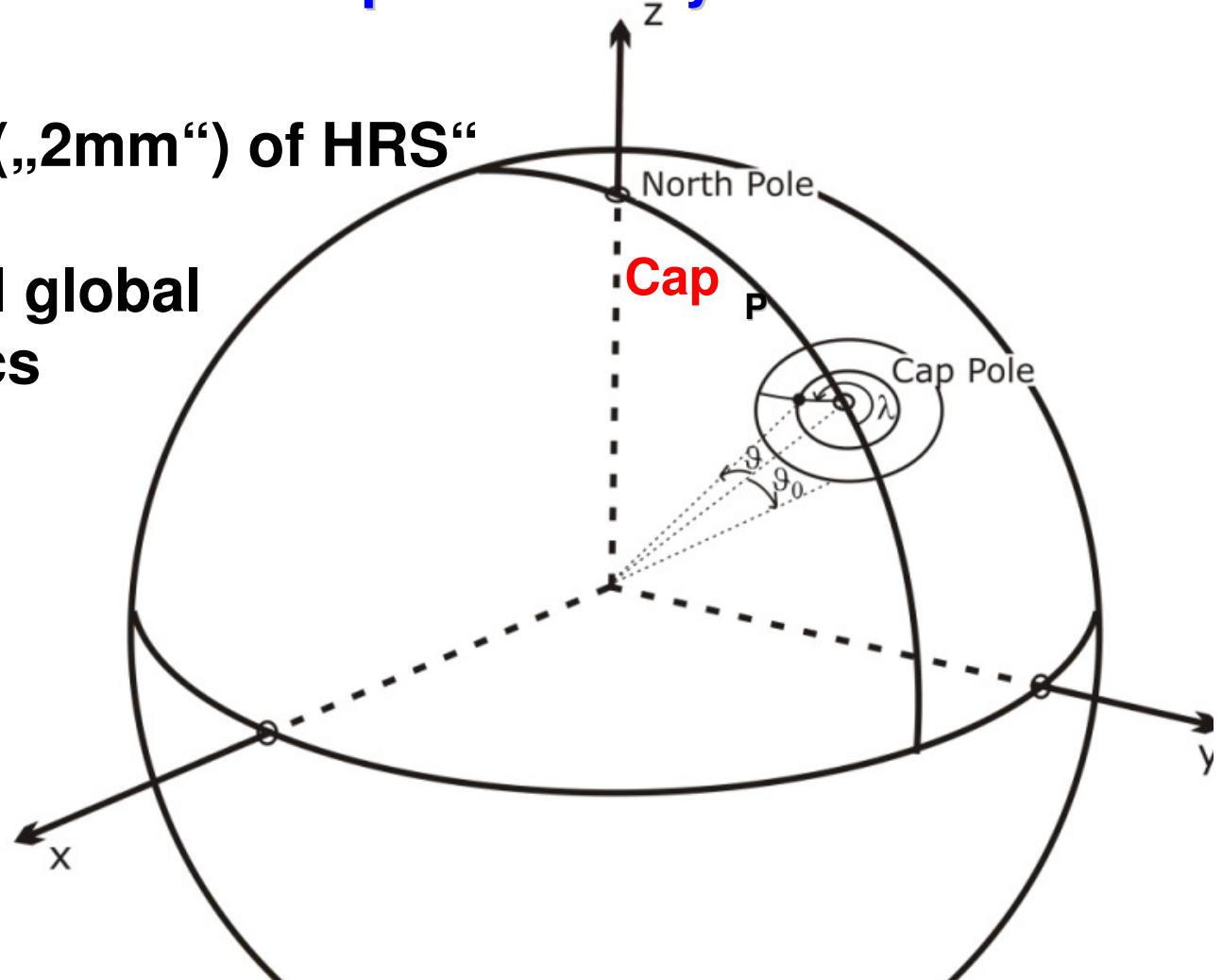
Sensor-Observation

Extension of the DFHRS-Concept to Gravity Observations

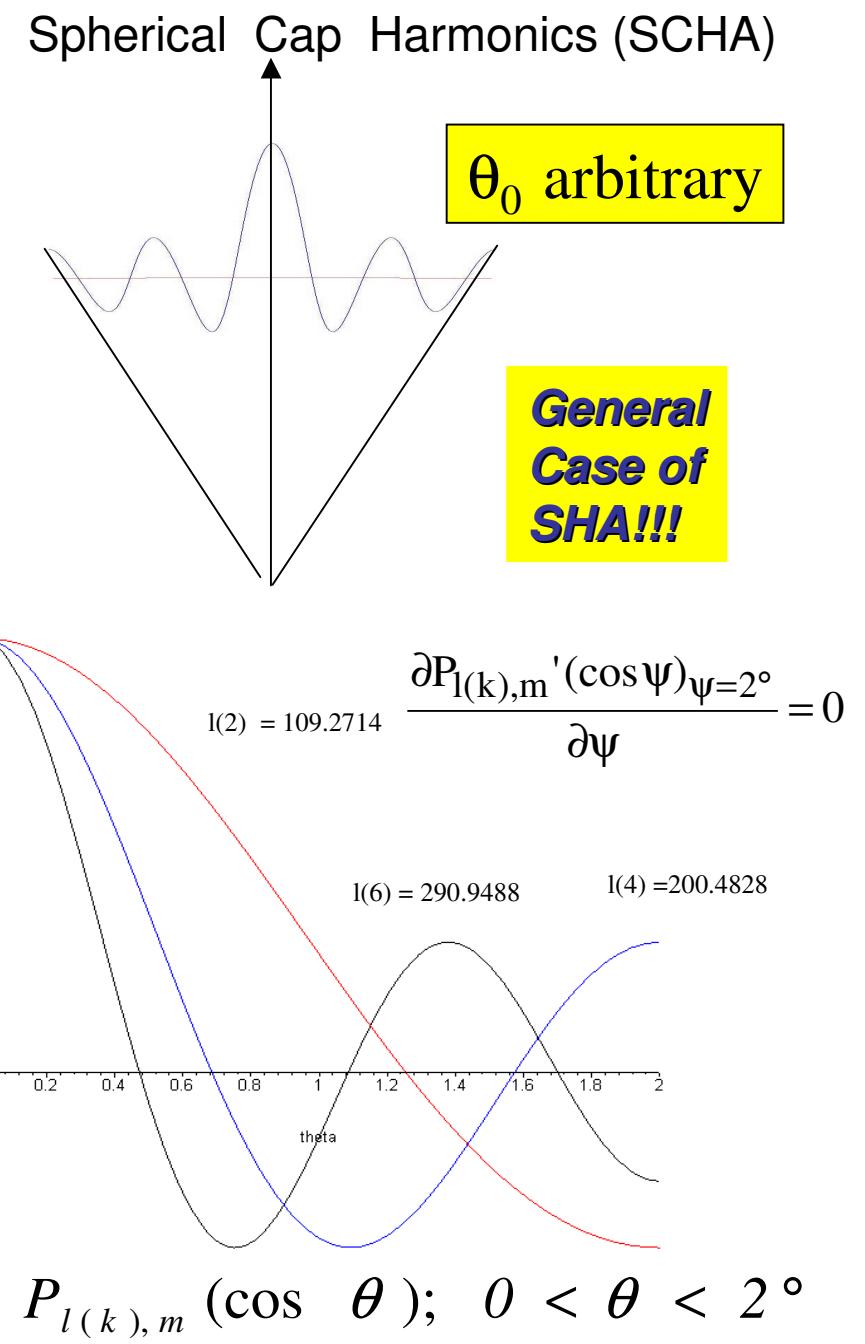
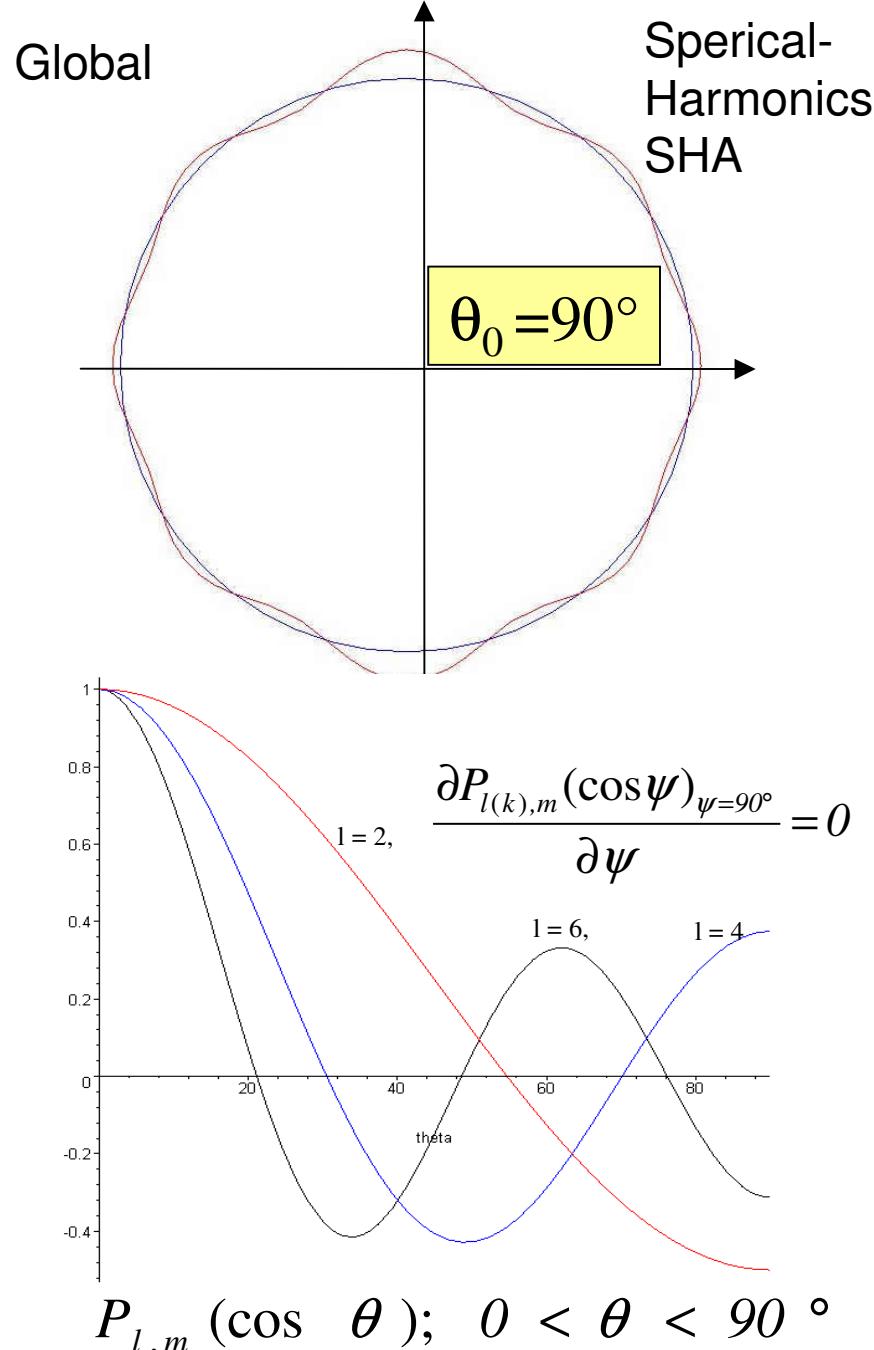
,,**<1cm-Resolution (,,2mm“) of HRS“**

Instead of classical global
spherical harmonics
($n=m=7200$)

**Spherical Cap
Harmonics
(SCHA)**



$$V(r, \lambda', \theta') = \frac{G \cdot M}{a} \sum_{k=0}^{k \max} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \sum_{m=0}^k (C'_{n(k),m} \cos m\lambda' + S'_{n(k),m} \sin m\lambda') \cdot P_{n(k),m}(\cos \theta')$$



DFHRS - Extension to Gravity Observations

SCHA „Handling“

$$V(r, \lambda', \theta') = \frac{G \cdot M}{a} \sum_{k=0}^{k \max} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \sum_{m=0}^k (C'_{n(k), m} \cdot \cos m\lambda' + S'_{n(k), m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P'_{n(k), m} (\cos \theta')$$

$$V(r, \lambda', \theta') = \sum_{k=0}^{k \max} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \sum_{m=0}^k (\bar{C}'_{n(k), m} \cdot \cos m\lambda' + \bar{S}'_{n(k), m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P'_{n(k), m} (\cos \theta')$$

$$T(r, \lambda', \theta') = \left(\sum_{k=0}^{k \max} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \sum_{m=0}^k (\bar{C}'_{n(k), m} \cdot \cos m\lambda' + \bar{S}'_{n(k), m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P'_{n(k), m} (\cos \theta') \right) - V_{\text{ref}; \text{GRS80}}$$

SCHA „Resolution“ („2mm Geoid“, n=7200 u =50.000.000)

$$n_{\text{SCHA}} = n(k) \approx \frac{90^\circ}{\alpha} \cdot (k_{\text{SCHA}} + 0.5) - 0.5$$

$\alpha = 1^\circ$ (=110 km area) => k-SCHA = 80 and $u = 6.400$

$\alpha = 3^\circ$ (=330 km area) => k-SCHA = 250 and $u = 62.500$

$\alpha = 25^\circ$ (Europe) => k-SCHA = 2000 and $u = 4.000.000$

DFHRS - Extension to Gravity Observations

Treatment
of
Gravity
Observations



$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix} = \mathbf{g}^{\text{LAV}}$$

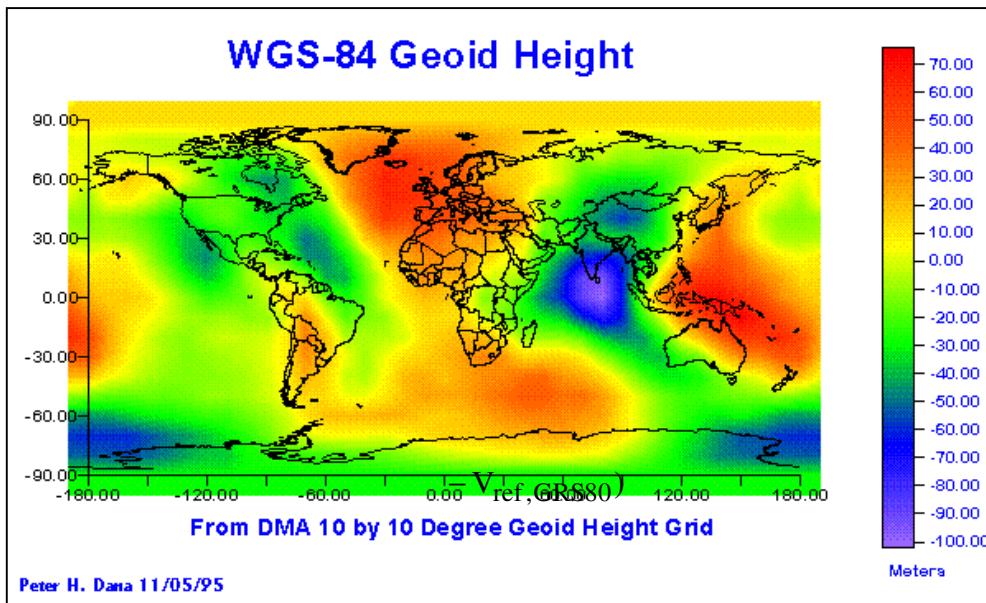
Sensor-Observation at Position P(x,y,z)

$$\begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix}^{\text{ECF}} = R(B, L, \eta, \xi)_{\text{LAV}}^{\text{ECF}} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}^{\text{LAV}} \rightarrow \begin{bmatrix} g_x' \\ g_y' \\ g_z' \end{bmatrix}_{\text{grav}}^{\text{ECF}} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix}^{\text{ECF}} - \begin{bmatrix} g_{\text{centrifugal}}^{\text{ECF}} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} g_N \\ g_E \\ g_r \end{bmatrix}_{\text{grav}}^{\text{LGV}} = R(\varphi, \lambda)^{\text{LGV}}_{\text{ECF}} \cdot g_{\text{grav}}^{\text{ECF}} \quad \mathbf{g}_{\text{grav}}^{\text{LGV}} = \left[\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta'}, \frac{1}{r \cdot \sin \theta'} \cdot \frac{\partial V}{\partial \lambda}, \frac{\partial V}{\partial r} \right]^T$$

$$g_{\text{grav}}^{\text{LGV}} + v = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \frac{(n(k)+1)}{r} \sum_{m=0}^k (\bar{C}'_{n(k),m} \cdot \cos m\lambda' + \bar{S}'_{n(k),m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P_{n(k),m}(\cos \theta') + dg(\mathbf{d})$$

Treatment of GPM - EGM96 / EGM99, EIGEN, etc



$$\begin{aligned} N_{GPM}^j + v &= N(\bar{C}_{n(k),m}, \bar{S}_{n(k),m}) + \partial N(\mathbf{d}^j) \\ &= \frac{1}{\gamma_Q} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \sum_{m=0}^k (\bar{C}'_{n(k),m} \cdot \cos m\lambda' + \bar{S}'_{n(k),m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P_{n(k),m}(\cos \theta') \right. \\ &\quad \left. - V_{ref, GRS80} \right) + \partial N(\mathbf{d}^j) \end{aligned}$$



Extension of the DFHRS-Concept to gravity observations

$$h_{GNSS} + v = H + f^T \cdot p - h_{GPS} \cdot \Delta m$$

$$H + v = H$$

$$\rightarrow N_G^j + v^j = f^T \cdot p + \partial N_G(d^j)$$

$$\xi^j + v = -f_B^T / M(B) \cdot p + \partial \xi(d_{\xi,\eta})^j$$

$$\eta^j + v = -f_L^T / (N(B) \cdot \cos(B)) \cdot p + \partial \eta(d_{\xi,\eta})^j$$

$$\rightarrow \frac{a}{4\pi\gamma(B)} \iint \Delta g \cdot S(\psi) d\sigma + v = \mathbf{NFEM}(p) = f^T \cdot p$$

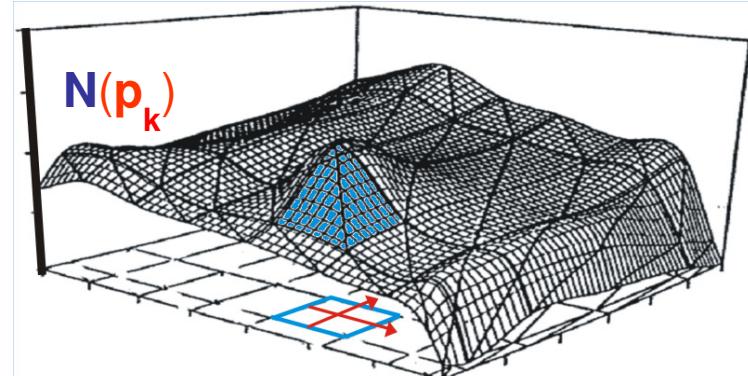
$$g_{grav}^{LGV} + v = \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \frac{(n(k)+1)}{r} \sum_{m=0}^k (\bar{C}_{n(k),m} \cdot \cos m\lambda' + \bar{S}_{n(k),m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P_{n(k),m}(\cos \theta') + dg(d)$$

$$N_{GPM}^j + v = N(\bar{C}_{n(k),m}, \bar{S}_{n(k),m}) + \partial N(d^j)$$

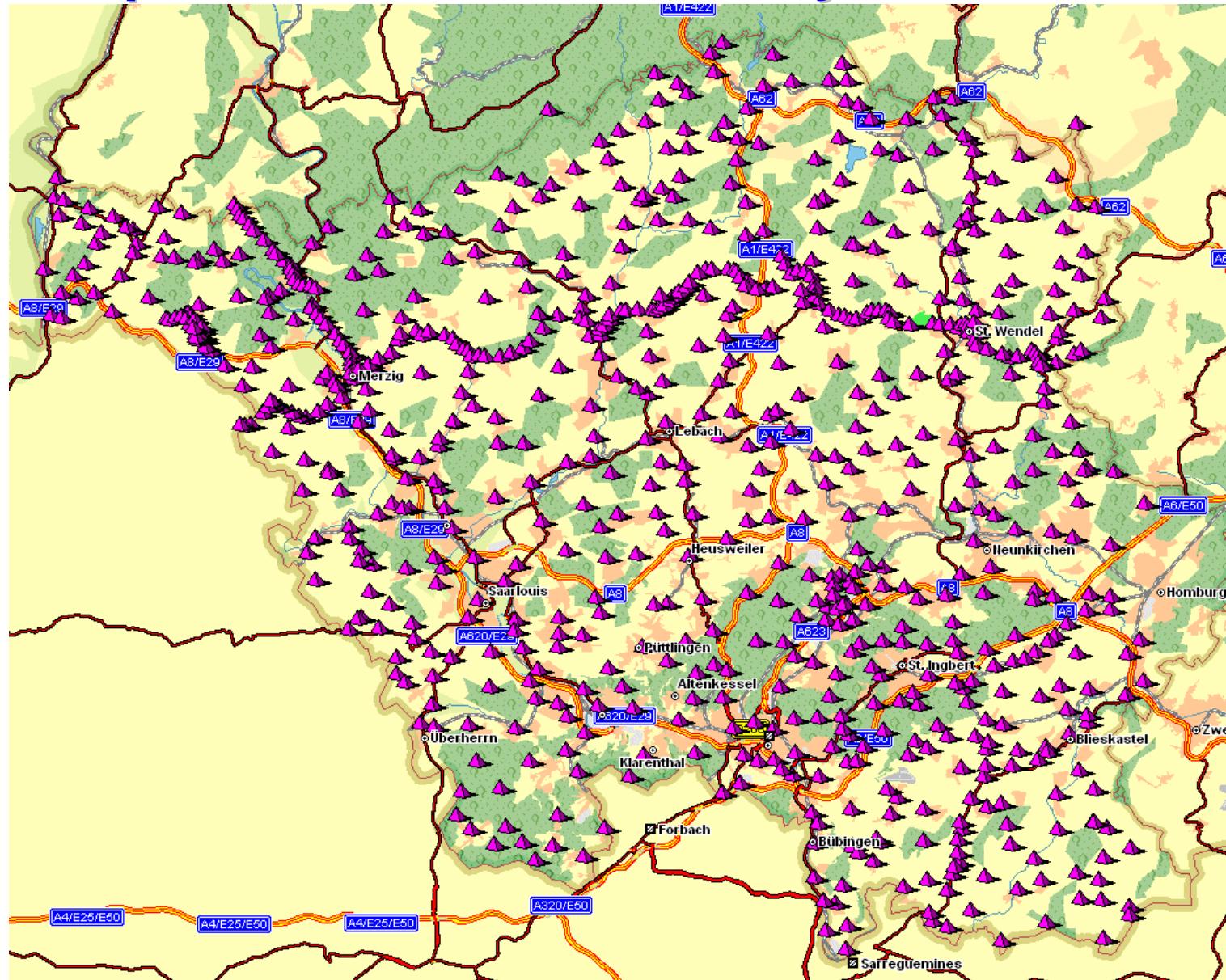
$$= \frac{1}{\gamma_Q} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r} \right)^{n(k)+1} \sum_{m=0}^k (\bar{C}_{n(k),m} \cdot \cos m\lambda' + \bar{S}_{n(k),m} \cdot \sin m\lambda') \cdot P_{n(k),m}(\cos \theta') - V_{ref} \right) + \partial N(d^j)$$

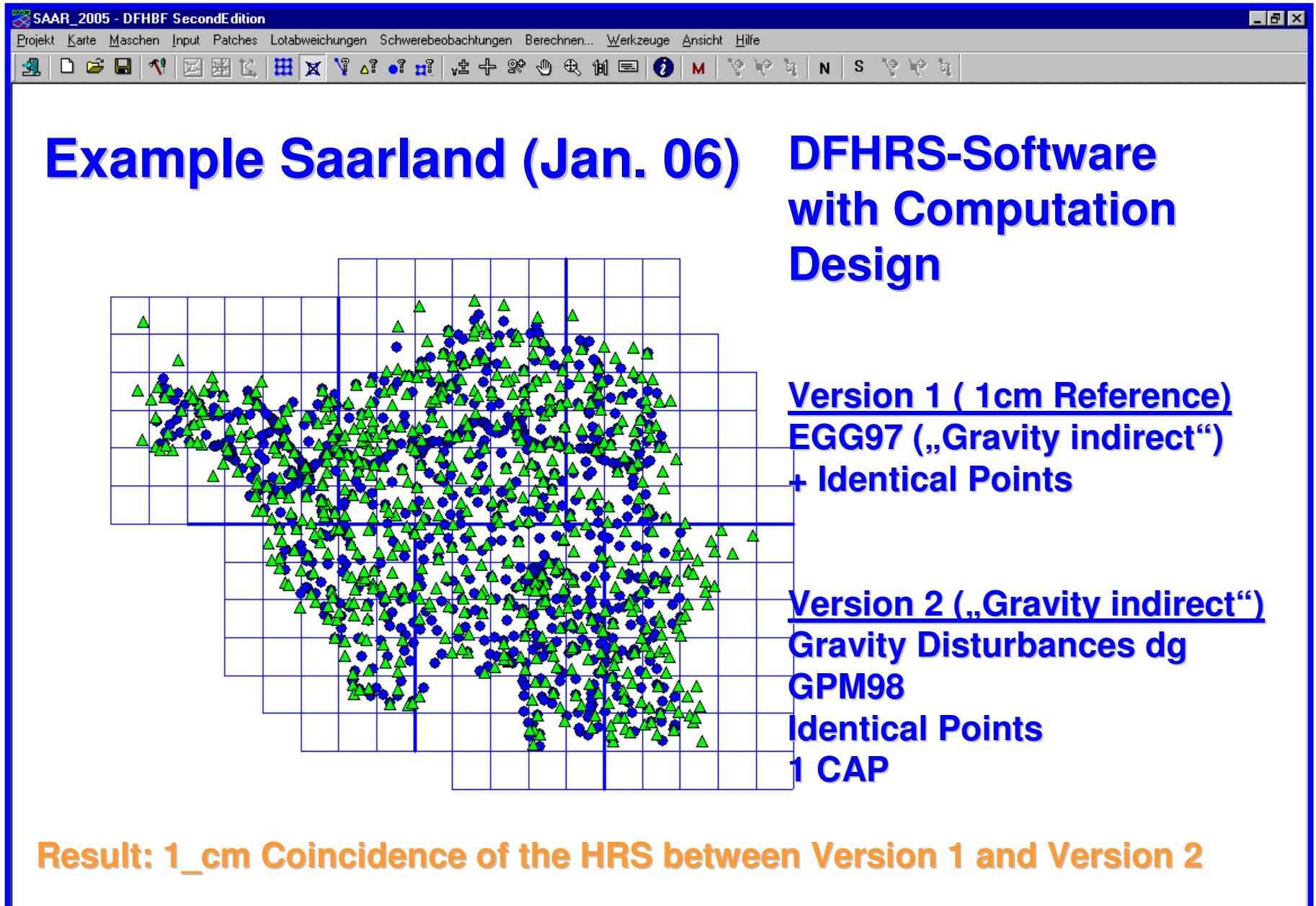
$$0 + v_{\Delta N} = N(\bar{C}_{n(k),m}, \bar{S}_{n(k),m}) - (f^T \cdot p + \Delta m \cdot h)$$

NFEM(p)

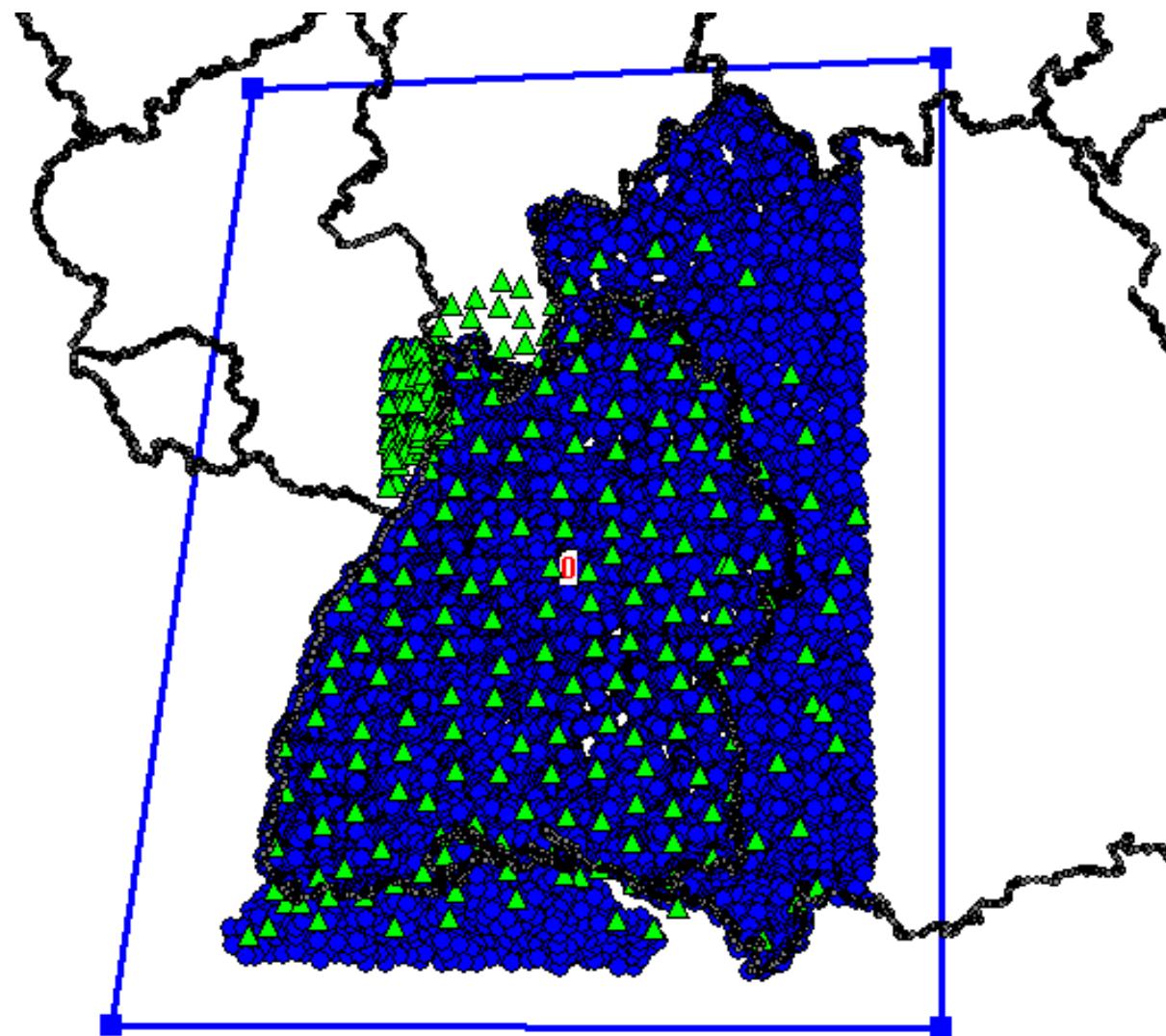


Example Saarland: 825 Gravity Observations

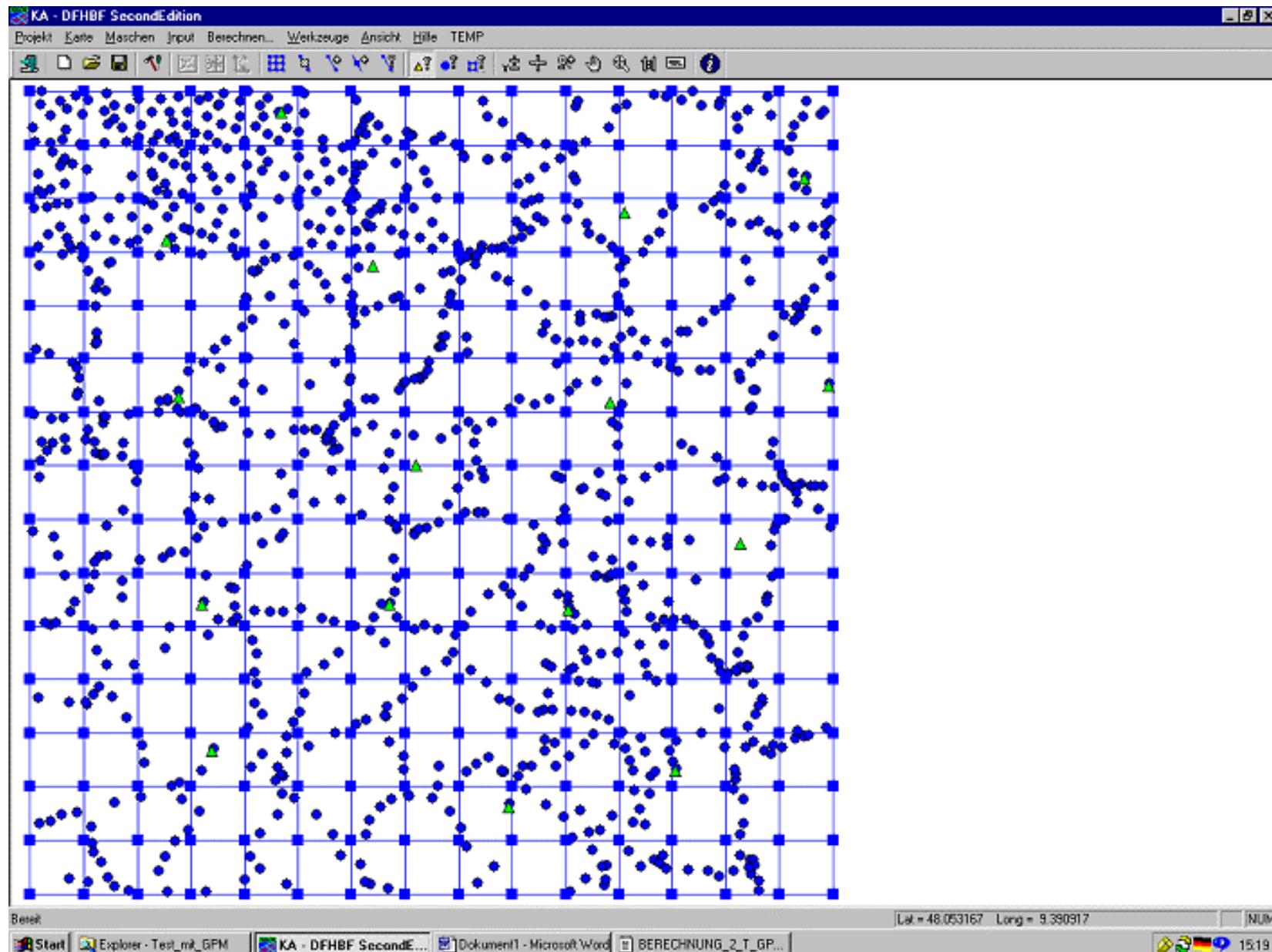




„1_cm DFHRS of Baden-Württemberg“ (EIGEN-GPM, Gravity Values, Fitting Points)



„1_cm DFHRS of Baden-Württemberg“ (EIGEN-GPM, Gravity Values, Fitting Points)



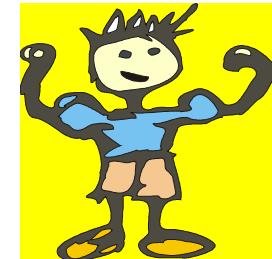
„1_cm DFHRS of Baden-Württemberg“ (EIGEN-GPM, gravity values)

Number	B [°]	L [°]	dg [mgal]	v [mgal]
6221803000	49.744402	9.325176	17.27052630	0.016
6221803100	49.754800	9.320541	18.29553958	0.004
6221810000	49.731079	9.322965	48.72880615	-0.002
6221810100	49.767690	9.323488	16.90448271	-0.009
6221810200	49.739588	9.295846	16.90117365	-0.005
:	:	:	:	:
6222803100	49.787317	9.482121	25.19440159	-0.006
6222803800	49.730625	9.411164	35.48699735	0.012
6222803900	49.748882	9.486150	46.45989551	-0.019
6222804000	49.735388	9.450240	45.58427649	-0.022
6222804104	49.717601	9.439384	46.62347815	-0.018
6222804204	49.702843	9.456634	55.15177619	-0.029
6222810000	49.699664	9.417770	47.55625221	-0.003
:	:	:	:	:

Fig. 8
DFHRS-software report for the gravity disturbances dg with the list of corrections v



Solution Concept for HRS-Computation and GNSS-Heighting



- Strict mathematical base for continuous FEM_HRS & *DFHRS-Software*
- New concept for an overdetermined BVP => parametric HRS determination
- Mesh and patch-design => Any accuracy and any! area size (<= FEM)
- Open for all geometrical & physical (e.g. gravity) observations!
- DFHRS = (Leading) Geoidfitting Concept
- Ready for 1 cm EVRS using existing data +EPN densification fitting-points!
- High practical relevance for GNSS services all over the world
- Industrial Standard in GNSS-Equipment and GIS
- DFHRS_DB => RTCM 3.0 Message used in GNSS-Services, NTRIP etc.
- High Capacities for International Co-operations and for EVRS